

Exercices d'application — Niveau intermédiaire

Séquence n°1 — Manipuler les réels

Version élève

Les exercices sont regroupés par objectif. Chaque objectif propose 2 à 4 exercices.

Objectif 1 — Identifier l'ensemble le plus petit auquel appartient un réel

Exercice 1. Pour chacun des nombres, donner l'ensemble le plus petit parmi $\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{D}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}$:

$$a = \frac{120}{15}, \quad b = -\frac{7}{4}, \quad c = \frac{2}{9}, \quad d = \sqrt{25}, \quad e = \sqrt{7}.$$

Exercice 2. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse, en justifiant.

- a) $\frac{16}{4} \in \mathbb{Z}$. b) $\pi \in \mathbb{Q}$. c) $\sqrt{36} \in \mathbb{N}$. d) $1,25 \in \mathbb{D}$. e) Tout décimal est rationnel.

Exercice 3 (QCM). Une seule réponse exacte par question.

- $x = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ appartient à : (A) $\mathbb{N}$ (B) $\mathbb{D} \setminus \mathbb{N}$ (C) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (D) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$.
- $y = 0,123\,123\,123 \dots$ (période 123) appartient à : (A) $\mathbb{D}$ (B) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{D}$ (C) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (D) $\mathbb{N}$.
- $z = \sqrt{2} + \sqrt{8} - \sqrt{18}$ vaut : (A) 0 (B) $\sqrt{2}$ (C) $-\sqrt{2}$ (D) $2\sqrt{2}$.
- Le plus petit ensemble contenant $\frac{-3}{6}$ est : (A) $\mathbb{Z}$ (B) $\mathbb{D}$ (C) $\mathbb{Q}$ (D) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

Exercice 4 (mise sous forme rationnelle). Mettre sous forme $\frac{p}{q}$ irréductible :

$$x = 0,\overline{72} = 0,727272\dots, \quad y = 1,\overline{36} = 1,3666\dots$$

Objectifs 2 et 3 — Intervalles, valeur absolue, distance

Exercice 5. Écrire sous forme d'intervalle l'ensemble des réels x vérifiant :

- a) $-2 < x \leq 3$; b) $x \geq -5$; c) $x < \frac{1}{2}$; d) $0 \leq x < 7$.

Exercice 6 (intersections et réunions). Déterminer, sous forme d'intervalle(s) :

- a) $[-1; 5] \cap [2; 8]$; b) $[-1; 5] \cup [2; 8]$; c) $] -\infty; 3[\cap]0; +\infty[$; d) $[1; 4] \cap [6; 9]$.

Exercice 7 (calculs de valeur absolue). Calculer :

- a) $|-7|$; b) $|3 - 8|$; c) $|\sqrt{2} - 2|$; d) $|\pi - 4|$.

Exercice 8. Résoudre dans $\mathbb{R}$ et donner l'ensemble solution sous forme d'intervalle :

- a) $|x - 5| \leq 3$; b) $|x + 2| < 4$; c) $|2x - 1| \geq 5$.

Exercice 9 (lecture graphique). On donne la droite réelle ci-dessous avec un intervalle I représenté par un trait épais.



- Donner I sous forme d'intervalle.
- Caractériser I par une condition $|x - a| \leq r$.

Objectif 4 — Puissances et racines

Exercice 10. Simplifier sans calculatrice :

a) $A = 2^5 \times 2^{-3}$; b) $B = \frac{3^7}{3^4}$; c) $C = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; d) $D = \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times 5^2$.

Exercice 11. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec b entier le plus petit possible :

a) $\sqrt{75}$; b) $\sqrt{147}$; c) $\sqrt{288}$; d) $3\sqrt{20} + \sqrt{45}$.

Exercice 12. Rendre rationnel le dénominateur de :

$$E = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad F = \frac{2}{3 - \sqrt{2}}, \quad G = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}.$$

Objectif 5 — Identités remarquables

Exercice 13 (développement). Développer et réduire :

a) $(x + 5)^2$; b) $(3x - 2)^2$; c) $(2x - 7)(2x + 7)$; d) $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})$.

Exercice 14 (factorisation). Factoriser :

a) $x^2 - 25$; b) $4x^2 - 9$; c) $x^2 + 6x + 9$; d) $25x^2 - 30x + 9$.

Exercice 15 (factorisation et équation). Factoriser puis résoudre :

a) $x^2 - 49 = 0$; b) $(x + 1)^2 - 9 = 0$; c) $(2x - 5)^2 - (x + 3)^2 = 0$.

Objectif 7 — Encadrement et notation scientifique

Exercice 16 (encadrement). On sait que $1 < x < 4$ et $-2 < y < 3$. Encadrer :

a) $A = x + y$; b) $B = 3x - 2y$; c) $C = xy$ (attention au signe).

Exercice 17 (notation scientifique). Donner la notation scientifique de :

a) $A = 47\,300\,000$; b) $B = 0,000\,062\,5$; c) $C = \frac{3,2 \times 10^7}{8 \times 10^{-3}}$.