

Séquence 1 : Polynôme du second degré

1^{re} Spécialité — Mathématiques

Exercices niveau intermédiaire

Polynôme du second degré — 14 exercices regroupés par objectif

★ Objectif 1 — Trois formes du trinôme

Exercice 1 (calcul direct). Pour chaque fonction, indiquer si elle est polynôme du second degré ; si oui, donner a , b , c .

a. $f(x) = 4x^2 - 7x + 1$

b. $g(x) = (x+2)(x-5)$

c. $h(x) = 3x + 4$

d. $k(x) = -2x^2 + 5$

e. $\ell(x) = x^3 - x^2$

f. $m(x) = (2x-1)^2$

Exercice 2 (forme canonique). Mettre sous forme canonique :

a. $f(x) = x^2 - 4x + 1$

b. $g(x) = x^2 + 8x + 12$

c. $h(x) = 2x^2 - 12x + 7$

d. $k(x) = -x^2 + 6x - 4$

Exercice 3 (du développé au factorisé). Soit $f(x) = x^2 + x - 12$.

- Justifier que f est définie sur $\mathbb{R}$.
- Calculer Δ et déterminer les racines de f .
- En déduire la forme factorisée de $f(x)$.
- Vérifier en développant.

★ Objectif 2 — Résolution d'équations

Exercice 4 (calcul direct). Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. $x^2 - 5x + 6 = 0$

b. $2x^2 + x - 1 = 0$

c. $x^2 - 4x + 4 = 0$

d. $x^2 + x + 1 = 0$

e. $-3x^2 + 12x - 9 = 0$

f. $4x^2 - 25 = 0$

Exercice 5 (mise en forme préalable). Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $3x^2 + 5x = 2x^2 + 7$

2. $(x-1)(x+2) = 4$

3. $x^2 = 9 - 4x$

★ Objectif 3 — Somme et produit des racines

Exercice 6 (avec une racine donnée). Pour chaque trinôme, on donne une racine. Déterminer l'autre :

a. $f(x) = x^2 - 2x - 15$, racine 5.

b. $g(x) = 2x^2 + x - 3$, racine 1.

c. $h(x) = x^2 - 7x + 10$, racine 2.

d. $k(x) = 3x^2 + 5x - 2$, racine -2 .

Exercice 7 (vérification). Sans calculer le discriminant, vérifier que -3 et 5 sont les racines de $f(x) = x^2 - 2x - 15$ en utilisant somme et produit.

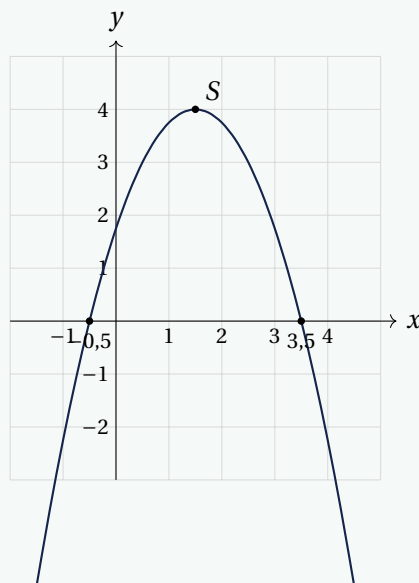
★ Objectif 4 — Variations et parabole

Exercice 8 (sommet et tableau). Pour chaque fonction :

1. Donner les coordonnées du sommet S .
2. Préciser si f admet un minimum ou un maximum, le calculer.
3. Donner le tableau de variations sur $\mathbb{R}$.

a. $f(x) = 2x^2 - 8x + 5$ b. $g(x) = -x^2 + 6x - 4$

Exercice 9 (lecture graphique). On a tracé la parabole $\mathcal{P}$ représentative d'une fonction polynôme du second degré f .



1. Donner les coordonnées du sommet S .
2. Donner les racines de f .
3. Donner la valeur de $f(0)$.
4. Dresser le tableau de signe et de variations de f .
5. Déterminer l'expression algébrique de $f(x)$ sous forme factorisée puis développée.

★ Objectif 5 — Signe et inéquations

Exercice 10 (étude de signe). Étudier le signe de chaque trinôme sur $\mathbb{R}$ et présenter le résultat dans un tableau :

a. $f(x) = x^2 - x - 6$

b. $g(x) = -2x^2 + 8x - 6$

c. $h(x) = x^2 + 4x + 4$

d. $k(x) = x^2 + x + 2$

Exercice 11 (inéquations). Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a. $x^2 - 5x + 6 \geq 0$

b. $-x^2 + 3x + 4 > 0$

c. $2x^2 + x - 1 \leq 0$

d. $x^2 - 6x + 9 < 0$

👉 Vrai/Faux et QCM

Exercice 12 (Vrai/Faux justifié). Indiquer si chaque affirmation est vraie ou fausse, en justifiant.

1. Si $\Delta > 0$, alors le trinôme est strictement positif sur $\mathbb{R}$.
2. Si $a > 0$ et $\Delta < 0$, alors $f(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
3. Le trinôme $f(x) = (x-3)^2 + 2$ admet une racine double.
4. La somme des racines de $x^2 - 5x + 6$ vaut -5 .

Exercice 13 (QCM — une seule bonne réponse).

1. Le discriminant de $2x^2 - 3x + 5$ est : a. -31 b. -29 c. 19 d. 49 .
2. Le sommet de la parabole $y = x^2 - 4x + 1$ est : a. $(2, -3)$ b. $(-2, 3)$ c. $(2, 1)$ d. $(4, 1)$.
3. L'équation $-x^2 + x + 6 = 0$ admet : a. 0 solution b. 1 solution c. 2 solutions de signes opposés d. 2 solutions de même signe.
4. Le trinôme $-x^2 + 2x + 3$ est strictement positif sur : a. $\mathbb{R}$ b. $] -1; 3[$ c. $] -\infty; -1[\cup] 3; +\infty[$ d. $\emptyset$.

Exercice 14 (modélisation). Un agriculteur dispose de 40 mètres de grillage pour clôturer un enclos rectangulaire le long d'un mur (le côté contre le mur n'est pas grillagé). On note x la largeur perpendiculaire au mur (en mètres), avec $x \in [0; 20]$.

1. Exprimer la longueur de l'enclos en fonction de x .
2. Montrer que l'aire $\mathcal{A}(x)$ s'écrit $\mathcal{A}(x) = -2x^2 + 40x$.
3. Étudier les variations de $\mathcal{A}$ sur $[0; 20]$ et déterminer les dimensions qui maximisent l'aire. Donner cette aire maximale.